

## CONTENUTI

- C4.1 Introduzione
- C4.2 Estensimetro
- C4.3 Cella di carico
- C4.4 Trasduttori di pressione
- C4.5 Trasduttori di accelerazione



Il ponte di Wheatstone

# TRASDUTTORI DI DEFORMAZIONE, FORZA E PRESSIONE

## C4.1 Introduzione

In genere la misura di una forza è eseguita misurando le deformazioni che produce sull'elemento al quale è applicata.

Un classico esempio è la bilancia pesa persone, costituita da un piatto a cui è collegata una molla: la forza peso della persona, applicata sul piatto, deforma una molla collegata a un ago indicatore, il cui spostamento su una scala graduata determina la misura del peso.

## C4.2 Estensimetro

L'estensimetro, detto anche *strain gauge*, è un trasduttore che rileva le deformazioni meccaniche subite da un corpo solido quando è sollecitato da una forza, trasformandole in variazioni della sua resistenza elettrica.

### Principio di funzionamento

Consideriamo un corpo solido di sezione costante, al quale viene applicata una forza  $F$  crescente con gradualità e tendente ad allungarlo (forza di trazione) fino a provocarne la rottura.

Per ogni valore della forza  $F$  si misura il corrispondente allungamento  $\Delta l$  e si riportano i valori su un diagramma del tipo indicato nella **figura C4.1**.

Si può osservare che il diagramma presenta un primo tratto  $OA$  rettilineo, caratterizzato da una proporzionalità diretta tra la forza  $F$  e i corrispondenti allungamenti: in tale tratto il corpo si **deforma elasticamente**, cioè se si elimina la forza, l'allungamento si annulla.

Si può pertanto definire **elasticità**, la proprietà della materia in virtù della quale i corpi solidi de-

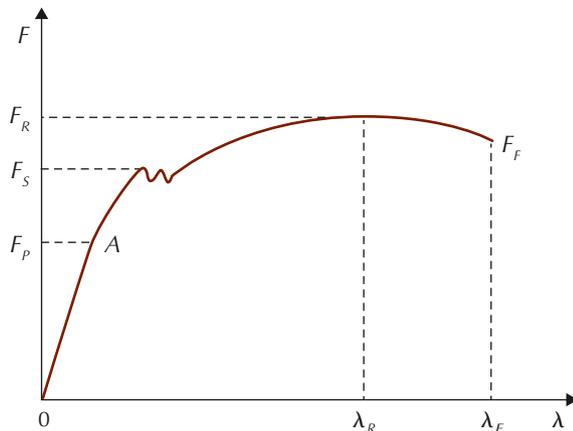


Figura C4.1 Diagramma forza-allungamento.

formati per effetto di forze esterne riacquistano la forma e le dimensioni originarie al cessare di queste.

Il tratto rettilineo  $0A$  corrisponde al campo di validità della **legge di Hooke**, secondo la quale la forza  $F$  è proporzionale all'allungamento  $\Delta l$  secondo la relazione:

$$F = E \cdot S \frac{\Delta l}{l} \quad (4.1)$$

dove  $l$  ed  $S$  rappresentano rispettivamente la lunghezza iniziale (cioè prima dell'applicazione di  $F$ ) e l'area della sezione trasversale del corpo ed  $E$  è il modulo di elasticità longitudinale, detto **modulo di Young**.

Il carico  $F_p$ , corrispondente al punto  $A$ , al di sopra del quale non è più valida la legge di Hooke, è detto **carico al limite di proporzionalità**: superando tale limite, all'interno del corpo si verificano piccoli scorrimenti che provocano deformazioni permanenti.

Aumentando il carico fino al valore  $F_s$ , detto **carico di snervamento**, nel corpo si verificano i primi sfaldamenti con parziale rottura della struttura interna.

Continuando l'esame del diagramma si osserva che la sollecitazione aumenta fino a un valore massimo  $F_R$ , per poi scendere al valore  $F_F$  in corrispondenza del quale avviene la rottura.

Consideriamo ora un filo conduttore di sezione cilindrica, avente lunghezza  $l$  e sezione  $S$ , sottoposto a una forza  $F$  di trazione, avente intensità tale da produrre un allungamento  $\Delta l$  elastico, per la quale vale perciò la legge di Hooke.

Per la 4.1, allora,  $\Delta l$  vale:

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{S \cdot E} \quad (4.2)$$

Poiché la resistenza elettrica  $R$  del filo è espressa dalla relazione (volume 2):

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (4.3)$$

se esso subisce un allungamento  $\Delta l$  la sua resistenza  $R$  varia in funzione allungamento stesso: il funzionamento dell'**estensimetro** si basa proprio su questo principio.

Fondamentalmente l'estensimetro è costituito da una griglia formata di un sottilissimo filo metallico (solitamente costantana) rigidamente solidale a un supporto di materiale plastico [fig. C4.2], il quale viene incollato sulla superficie del corpo di cui si vogliono misurare le deformazioni (generalmente utilizzando collanti istantanei come il cianoacrilato). Il filo, che segue le deformazioni della superficie su cui è incollato, si allunga e si accorcia insieme a questa generando la variazione della sua resistenza elettrica.

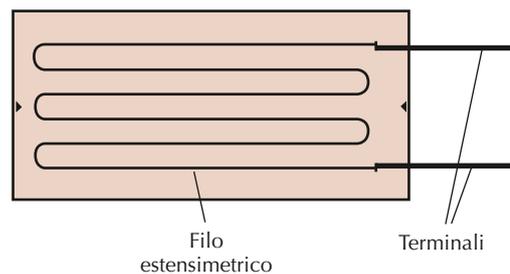


Figura C4.2 Struttura base di un estensimetro.

### Acquisizione del segnale estensimetrico

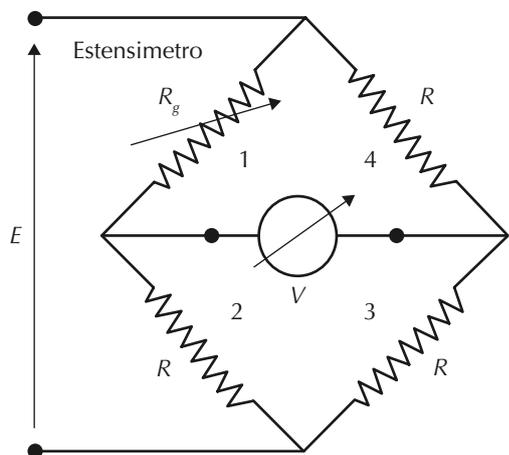
Poiché in genere le deformazioni meccaniche rilevate dall'estensimetro hanno entità modesta, la corrispondente variazione della resistenza elettrica è talmente piccola da renderne difficoltosa la rilevazione.

Per tale ragione, si utilizzano sistemi di rivelazione a elevata sensibilità, il più importante dei quali è il ponte di Wheatstone [fig. C4.3], costituito da quattro resistenze connesse in modo da realizzare una maglia con quattro lati e quattro vertici.

Tra due vertici opposti viene collegata la sorgente di alimentazione continua  $E$ , mentre tra gli altri due viene inserito il voltmetro  $V$ .

In base alla configurazione di figura C4.3, è possibile definire le seguenti parti del ponte:

- i **lati**, corrispondenti ai quattro rami costituiti dai resistori;



**Figura C4.3** Ponte di Wheatstone.

- le **diagonali**, corrispondenti ai rami che contengono la sorgente di alimentazione e il voltmetro; in particolare, sono denominate **diagonale di alimentazione** quella relativa alla sorgente di alimentazione e **diagonale di rivelazione** quella in cui è inserito il voltmetro.

A uno qualsiasi dei quattro lati è collegato l'estensimetro (avente resistenza  $R_g$ ), mentre negli altri sono inserite tre resistenze  $R$  di uguale valore.

Il ponte è in equilibrio quando la tensione ai capi della diagonale di rivelazione è nulla.

Si può dimostrare che tale condizione si verifica quando il prodotto delle resistenze dei due lati opposti eguaglia il prodotto delle altre due: nel caso della **figura C4.3** quando tutte le quattro le resistenze hanno lo stesso valore.

Ciò significa che il valore delle tre resistenze  $R$  deve essere uguale a quello di  $R_g$  dell'estensimetro in assenza di deformazione (resistenza a riposo).

Quando il corpo a cui è applicato l'estensimetro subisce una forza deformante, la resistenza  $R_g$  varia e il ponte si sbilancia: il voltmetro, allora, rivela una tensione non più nulla, il cui valore dipende dall'entità della deformazione subita dal corpo.

Viene così generato un segnale elettrico che dipende dalla deformazione meccanica del corpo.

### C4.3 Cella di carico

La cella di carico è un trasduttore che trasforma una forza, tipicamente quella peso, in un segnale elettrico (fondamentalmente è una bilancia elettronica).

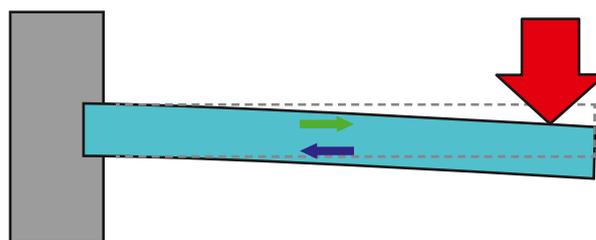
A seconda del principio fisico che utilizzano, le celle di carico possono essere suddivise in:

- celle di carico estensimetriche;
- celle di carico piezoelettriche;
- celle di cariche induttive.

#### Cella di carico estensimetrica

Utilizza la proprietà elastica di un corpo metallico opportunamente sagomato il quale, come visto nel paragrafo precedente, se sottoposto a una forza  $F$  subisce una deformazione.

Per comprenderne il funzionamento si consideri la **figura C4.4**, nella quale è rappresentata una barretta metallica con un lato incastrato a un supporto, mentre sull'altro è applicato un peso (freccia rossa).

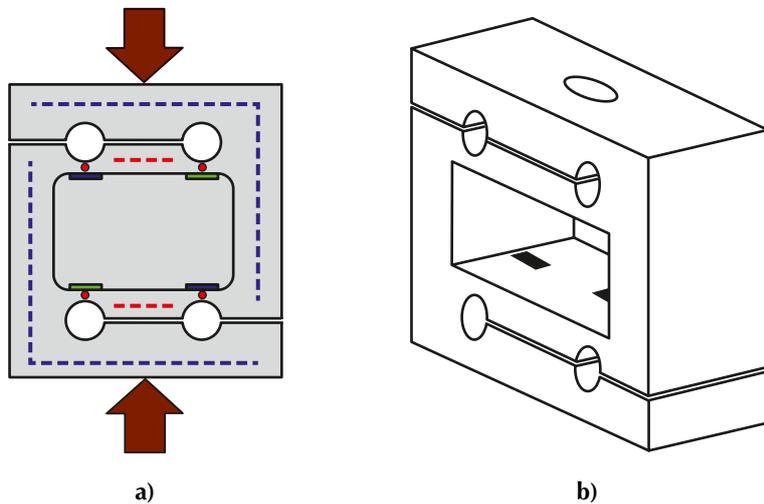


**Figura C4.4** Barretta metallica con un lato incastrato.

Si può osservare che la flessione genera una trazione sulla superficie superiore della barra (freccia verde), e una compressione su quella inferiore (freccia blu): lo sviluppo di queste due forze (trazione e compressione) è alla base del funzionamento delle celle di carico estensimetriche, di cui nella **figura C4.5** è indicato lo schema di principio. Questo tipo di cella, detta "a S", è costituita da due mensole ad "L" (tratteggiate in blu) vincolate da due aste orizzontali (tratteggiate in rosso). Sottoponendo la cella a una pressione, essendo la struttura rigida, gli unici punti che possono flettersi sono quelli marcati in rosso, in quanto hanno uno spessore più sottile; il restringimento generato dai fori agisce come una sorta di "cerniera" flessibile.

Agendo sul diametro dei fori, cioè sullo spessore delle "cerniere", è possibile tarare la cella per varie portate: più grandi sono i fori, infatti, più sottili sono i punti di flessione e quindi minore sarà la portata della cella, con conseguente aumento della sensibilità e della precisione.

Applicando un estensimetro in corrispondenza di ciascuno di tali punti, è possibile rilevare le deformazioni che si generano intorno a essi; essendo 4 i punti sensibili alle deformazioni, devono essere applicati 4 estensimetri, rappresentati dalle strisce verdi e blu.



**Figura C4.5** Struttura di una cella di carico: a) sezione trasversale; b) visione prospettica.

L'estensimetro nell'angolo in alto a sinistra (colorato in blu) è sottoposto a compressione, quello in alto a destra (colorato in verde) a trazione; per gli estensimetri posti in basso vale lo stesso principio. Si può dimostrare che la deformazione meccanica  $D$  della cella è data dall'espressione:

$$D = K \frac{F / A_0}{E} \quad (4.4)$$

dove:

- $K$  è una costante di proporzionalità che dipende dalla geometria del sistema;
- $E$  è il modulo di elasticità di Young del materiale che costituisce la cella;
- $F$  è la forza applicata.
- $A_0$  è l'area delle superficie della cella sulla quale agisce la forza  $F$ .

Per aumentare la sensibilità della cella, gli estensimetri possono essere disposti in modo tale che due siano sollecitati in trazione e due a compressione: così facendo è sufficiente una piccola deformazione della cella per ottenere un apprezzabile valore della tensione in uscita.

### Cella di carico piezoelettrica

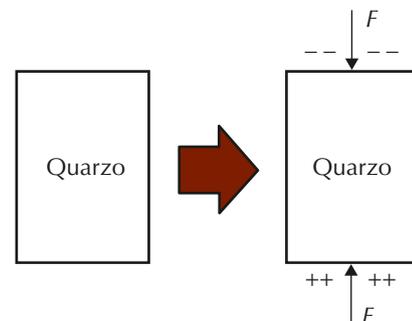
Un'altra possibile realizzazione della cella di carico è quella che utilizza l'**effetto piezoelettrico**, fenomeno per cui alcuni corpi cristallini, detti **cristalli piezoelettrici**, si polarizzano elettricamente se sottoposti a una deformazione meccanica di natura elastica (effetto piezoelettrico diretto) e, viceversa, si deformano elasticamente sotto l'azione di un campo elettrico (effetto piezoelettrico inverso o effetto **Lippmann**).

Il segno della polarizzazione si inverte a seconda del tipo di deformazione (compressione o trazione). La polarizzazione elettrica segue l'azione meccanica (e viceversa) con un ritardo brevissimo dell'ordine di  $10^{-8}$  s: una risposta così veloce rende i cristalli piezoelettrici particolarmente adatti a realizzare trasduttori elettromeccanici ed elettroacustici ad alta fedeltà (per esempio, accelerometri e microfoni).

Il fenomeno della piezoelettricità dipende dalle caratteristiche della struttura cristallina, nella quale sono presenti numerosi dipoli elettrici, il cui effetto totale si annulla se la struttura non è sottoposta a sollecitazioni esterne; in presenza di sollecitazioni, invece, i dipoli spostano il baricentro delle cariche positive rispetto a quello delle cariche negative trasformando il cristallo in un dipolo elettrico.

L'effetto piezoelettrico può essere rappresentato da uno schema di principio del tipo indicato nella **figura C4.6**.

Si può osservare che le superfici del cristallo, quando sono soggette a una sollecitazione ester-



**Figura C4.6** Schematizzazione dell'effetto piezoelettrico.

na (forza  $F$ ), si comportano come le armature di un condensatore, sulle quali viene accumulata una quantità di carica  $Q$ .

Si può dimostrare che tale quantità di carica vale:

$$Q = SKF \quad (4.5)$$

dove  $S$  è la superficie delle facce del quarzo e  $K$  la sua **costante piezoelettrica**.

I quarzi piezoelettrici presentano numerosi vantaggi (basso costo, piccole dimensioni, peso ridotto, elevata sensibilità), ma la sensibilità varia con la temperatura e non possono essere impiegati in climi umidi.

Nella **figura C4.7** è mostrata l'immagine ingrandita di un cristallo di quarzo.

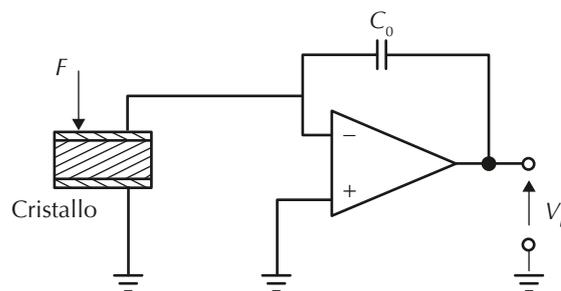


**Figura C4.7** Cristallo di quarzo ingrandito.

Da quanto fino a ora detto, si evince che l'effetto piezoelettrico può essere utilizzato nelle celle di carico: infatti, poiché l'applicazione di una forza-peso  $F$  sulle superficie di un cristallo piezoelettrico genera un accumulo di carica e quindi una tensione proporzionale alla forza stessa, misurando quest'ultima è possibile determinare il valore di  $F$ . Essendo il cristallo paragonabile a una capacità  $C$ , la tensione  $V$  ai suoi capi vale:

$$V_u = \frac{Q}{C} \quad (4.6)$$

Purtroppo la capacità del cristallo varia in funzione della forza applicata e quindi non è nota a priori: questo inconveniente può essere superato "trasferendo" la carica  $Q$  su una capacità nota e stabile, utilizzando un **amplificatore di carica**, il cui schema di principio è mostrato in **figura C4.8**. Poiché la tensione ai capi del cristallo, e quindi anche la carica, devono annullarsi per il principio di corto circuito virtuale dell'amplificatore operazionale, sul condensatore  $C_0$  (di valore noto e fisso) si accumula una quantità di carica  $Q$  uguale



**Figura C4.8** Schema di principio di un amplificatore di carica.

a quella che si genera nel quarzo; pertanto, la tensione di uscita  $V_u$  risulta:

$$V_u = \frac{Q}{C_0} \quad (4.7)$$

Per la 4.5 la 4.7 diventa:

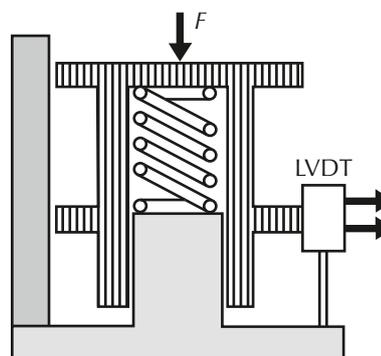
$$V_u = \frac{Q}{C_0} = \frac{SKF}{C_0} \quad (4.8)$$

La tensione  $V_u$  è quindi proporzionale alla forza  $F$ . È da osservare che l'amplificatore di carica è molto delicato dal punto di vista costruttivo: infatti, essendo la quantità di carica  $Q$  generata dal quarzo molto piccola, occorre che le perdite ai suoi terminali d'ingresso, dovute alla resistenza di ingresso (non infinita), siano più piccole possibili.

### Cella di carico induttiva

Lo schema di principio di questa tipologia di cella è del tipo indicato in **figura C4.9**.

La forza  $F$  applicata alla piattaforma comprime la molla, la quale sposta di una quantità  $x$  l'equipaggio mobile del LVDT, che pertanto fornisce un'uscita proporzionale a  $x$  e quindi alla forza.



**Figura C4.9** Schema di principio di una cella di carico induttiva.

## C4.4 Trasduttori di pressione

Con la denominazione “trasduttori di pressione” sono indicati quei dispositivi di misura che convertono la pressione (forza per unità di area) di un fluido in una grandezza elettrica.

La tecnica generalmente utilizzata in questi dispositivi è per molti aspetti simile alla misura delle forze: anche in questo, infatti, viene rilevata la deformazione subita da un’interfaccia meccanica a opera della pressione esercitata dal fluido.

Le più comuni interfacce meccaniche utilizzate nei trasduttori di pressione sono:

- capsule piatte a diaframma;
- tubi di Bourbon.

### Trasduttori di pressione estensimetrici

In questi dispositivi l’interfaccia meccanica è costituita da un “diaframma” (tipicamente in acciaio inox) che fa da basamento a un estensimetro.

Per effetto della pressione del fluido, il diaframma subisce una “flessione” trasdotta dall’estensimetro in un segnale elettrico [fig. C4.10].

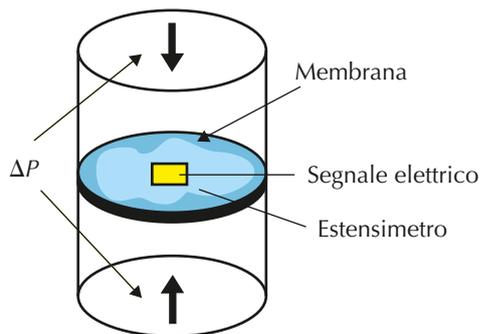


Figura C4.10 Trasduttori di pressione con interfaccia a diaframma.

Tali trasduttori sono caratterizzati da un basso costo, elevata prontezza, accuratezza e stabilità rispetto alle variazioni di temperatura (compensate da opportune strutture resistive a ponte integrate all’interno del “case” del dispositivo).

### Trasduttori di pressione a LVDT

Sono costituiti fondamentalmente da un tubo Bourdon, un sottile tubo metallico a sezione ellittica, avente forma elicoidale [fig. C4.11].

Un’estremità del tubo è collegata a un rubinetto, l’altra è chiusa ed è libera di muoversi. Immettendo, attraverso il rubinetto, un fluido a pressione all’interno del tubo, quest’ultimo tende a esten-

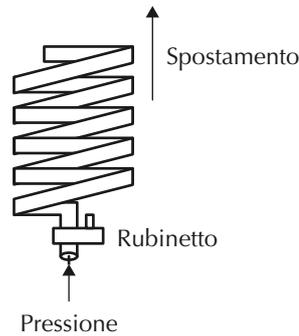


Figura C4.11 Tubo di Bourdon.

dersi provocando lo spostamento  $x$  dell’estremo libero, il quale è rilevato tramite un LVDT che lo converte in un segnale elettrico a esso proporzionale.

### Trasduttori di pressione a potenziometro

Il funzionamento è analogo ai trasduttori ad LVDT: anche in questo caso la conversione pressione  $\rightarrow$  spostamento è realizzata tramite un tubo di Bourdon, mentre la conversione spostamento  $\rightarrow$  segnale elettrico viene effettuata tramite un potenziometro lineare.

## C4.5 Trasduttori di accelerazione

I trasduttori di accelerazioni, detti anche **accelerometri**, realizzano la trasformazione accelerazione  $\rightarrow$  segnale elettrico. Nati per scopo scientifico e di ricerca, hanno successivamente trovato largo impiego anche in altri campi, come per esempio il settore automobilistico; oggi, infatti, sono disponibili sul mercato accelerometri in grado di supportare una vasta gamma di utilizzazioni.

Fondamentalmente l’accelerometro è costituito da una massa  $m$  connessa a una molla avente coefficiente di elasticità  $K$  [fig. C4.12].

Per il secondo principio della dinamica, una forza  $F$  applicata alla massa  $m$  (supposta inizialmente in

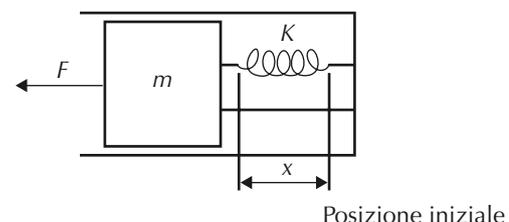


Figura C4.12 Schema di principio di un accelerometro.

quiete), imprime a quest'ultima un'accelerazione data dalla relazione:

$$F = ma \quad (4.9)$$

Ne consegue che la massa si sposta dalla posizione iniziale di una quantità  $x$ .

Tale movimento è però contrastato dalla forza elastica  $F_e$  della molla che tende a trattenere la massa nella sua posizione originale, la quale vale:

$$F_e = -Kx \quad (4.10)$$

All'equilibrio la somma delle due forze è nulla, cioè:

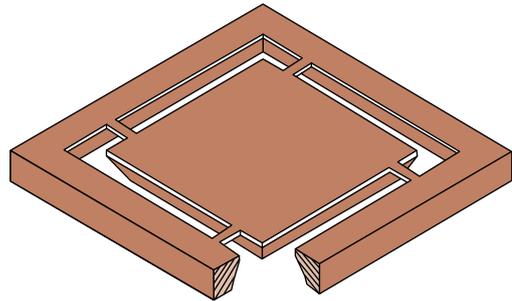
$$ma - Kx = 0 \quad (4.11)$$

Dalla 4.11 si può quindi ricavare l'accelerazione  $a$ :

$$a = \frac{K}{m} x \quad (4.12)$$

Essendo  $m$  e  $K$  grandezze note, misurando l'allungamento  $x$  si può determinare l'accelerazione  $a$ . Lo spostamento  $x$  può essere rilevato, per esempio, con un LVDD, in cui la massa  $m$  ne costituisce l'equipaggio mobile.

Tuttavia, nella maggior parte dei casi, gli accelerometri sono realizzati utilizzando le capacità di miniaturizzazione e integrazione del silicio: in tal caso la massa  $m$  è costituita da una lastra di silicio che viene vincolata a un supporto, anch'esso di silicio, tramite apposite barre di sospensione che agiscono come molle, come indicato in **figura C4.13**.



**Figura C4.13** Accelerometro integrato su silicio.

La misura della forza elastica può essere effettuata integrando nelle barre di sospensione un estensimetro o dei cristalli piezoelettrici connessi ad amplificatori di carica.